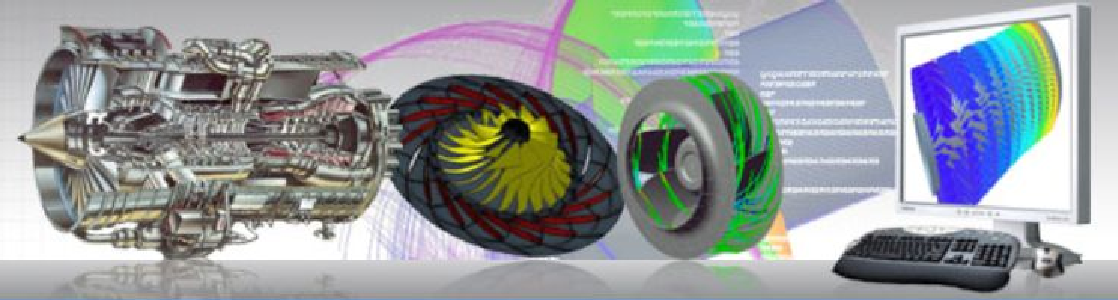


# Non-Deterministische CFD Simulationen in FINE™/Turbo

Dipl.-Ing. (FH) Peter Thiel
Dr.-Ing. Thomas Hildebrandt

NUMECA Ingenieurbüro

# Überblick

1. Motivation: Warum non-deterministische CFD Simulationen?
2. Arbeitsablauf
3. Implementierungen non-deterministischer Simulationen
4. Beispiele
5. Diskussion

# Motivation

## Warum non-deterministische Simulationen?

Ziel:

Non-deterministische Simulationen als Methode um den Einfluss von Unsicherheiten vorherzusagen.

- ✓ CFD Simulationen sind (und werden) immer mit einer Anzahl von Fehlerquellen behaftet sein.
  - Unsicherheiten in den Randbedingungen (Temperaturen, Drücke, turbulente Größen)
  - Herstellungstoleranzen und –Ungenauigkeiten (Rauhigkeit, Winkel, Radien, Formabweichungen)
  - Unsicherheiten in der Modellierung (Turbulenzmodell, Netzauflösung)
  - Numerische Unsicherheiten (Diskretisierungsschema endlicher Ordnung)

Ziel:

Non-deterministische Simulationen als Methode um den Einfluss von Unsicherheiten vorherzusagen.

- ✓ Diese Unsicherheiten stellen ein ernst zu nehmendes Risiko im Designprozess dar mit der Folge:
  - ➢ Unnötig erhöhter Sicherheitsmargen (Kosten, Größe, Gewicht...), oder
  - ➢ erhöhter (oder unbekannter) Versagenswahrscheinlichkeit des fertigen Produktes.

# Der Arbeitsablauf einer non-deterministischen CFD Simulation:

1. Identifizierung der wichtigsten Unsicherheiten (Was weiß ich nicht?)
2. Quantifizierung dieser Unsicherheiten (Wahrscheinlicher Bereich?)
   - Falls eine empirische, statistische Datenverteilung verfügbar ist (Stichproben), dann kann mit einfachen Mitteln eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (pdf) angenähert werden (Ausgleichskurve).
   - Falls nur Maximum, Minimum und wahrscheinlichster Wert bekannt sind kann eine β- Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionsverteilung (β-pdf distribution) angenähert werden.

## Der Arbeitsablauf einer non-deterministischen CFD Simulation:

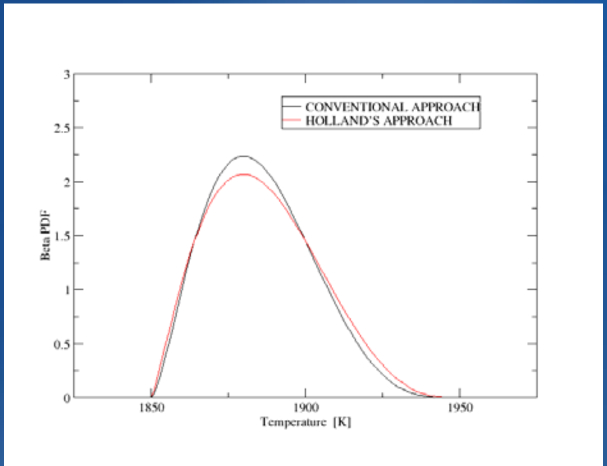
3. Fortpflanzung der Unsicherheiten (Auswirkungen?)
   - Mathematische Methoden zur Abbildung der Wirkung stochastischer Eingabedaten oder Modellparameter auf die Lösung der partiellen Differentialgleichungen.
4. Beurteilung des Einflusses der Unsicherheiten und Erstellen eines Vertrauensbereichs für das CFD Ergebnis.

# Identifizierung der wichtigsten Unsicherheiten:

1. Stützt sich (vor der Simulation) weitgehend auf die Erfahrung des Bedieners, Designers, Herstellers oder Experimentators.
2. Randbedingungen:
   - Häufig sind Messungen nur schwierig oder indirekt möglich (Beispiel: $T_{t,4}$ Turbineneintrittstemperatur in Gasturbinen ~1900K) $\Rightarrow$ Abschätzungen oder „nur“ 1D Rechnungen.
3. Fertigung:
   - Herstellungstoleranzen und –Ungenauigkeiten (Rauhigkeit, Winkel, Radien) sind in der Regel nur stichprobenartig zu erhalten und können zeitlich abhängig sein.
4. Modellierung:
   - Turbulenzmodell, Netzauflösung
   - Numerische Unsicherheiten (Diskretisierungsschema endlicher Ordnung)

### Statistische Beschreibung der Unsicherheiten:

1. Falls nur Maximum, Minimum und wahrscheinlichster Wert bekannt sind kann eine β- Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionsverteilung (β-pdf distribution) angenähert werden.

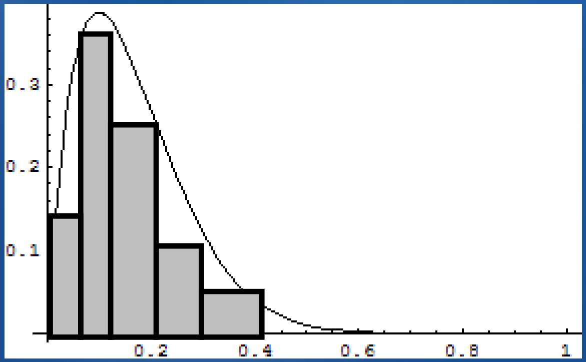



Beispiel: Eintrittstemperatur des Hochdruckteils einer Gasturbinen.

- Wahrscheinlichste Temperatur: $T_m$ = 1880 K
- Kleinste mögliche Temperatur: $T_{min}$ = 1850 K
- Größte mögliche Temperatur: $T_{max}$ = 1950 K

## Statistische Beschreibung der Unsicherheiten:

2. Falls eine empirische, statistische Datenverteilung verfügbar ist (Stichproben), dann kann mit einfachen Mitteln eine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (pdf) angenähert werden (best fit).

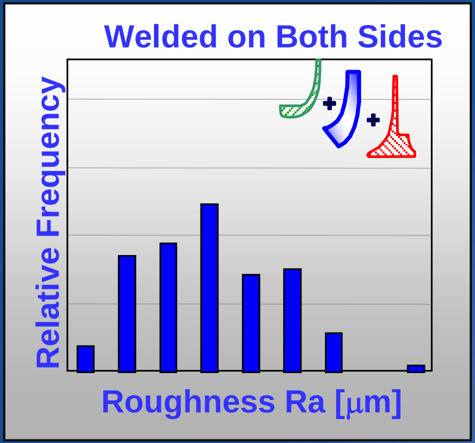


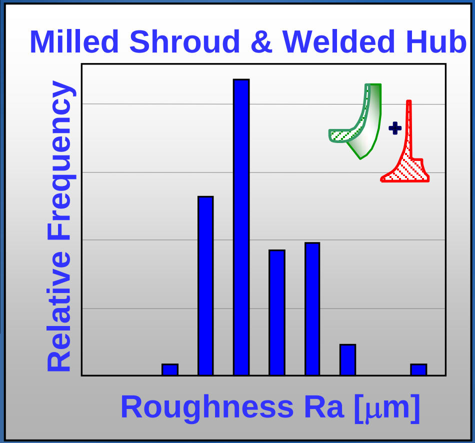

Beispiel: Rauhigkeitsverteilung an einer Radialverdichterschaufel

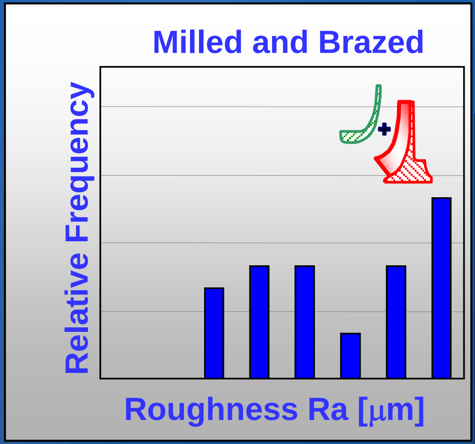
**(Mit freundlicher Genehmigung MAN Turbo AG)**

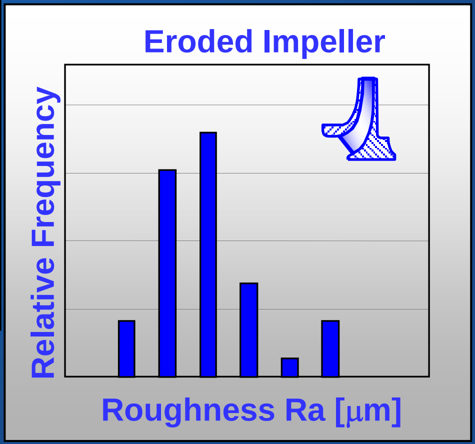
# Vorgehensweise
## Quantifizierung der Unsicherheiten (3)

Statistische Beschreibung der Unsicherheiten:



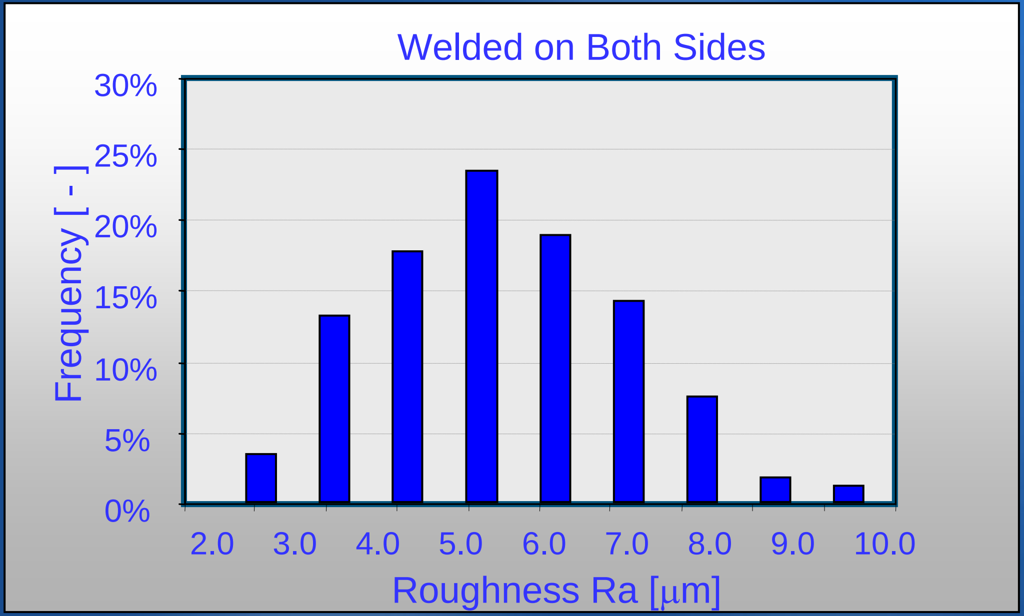



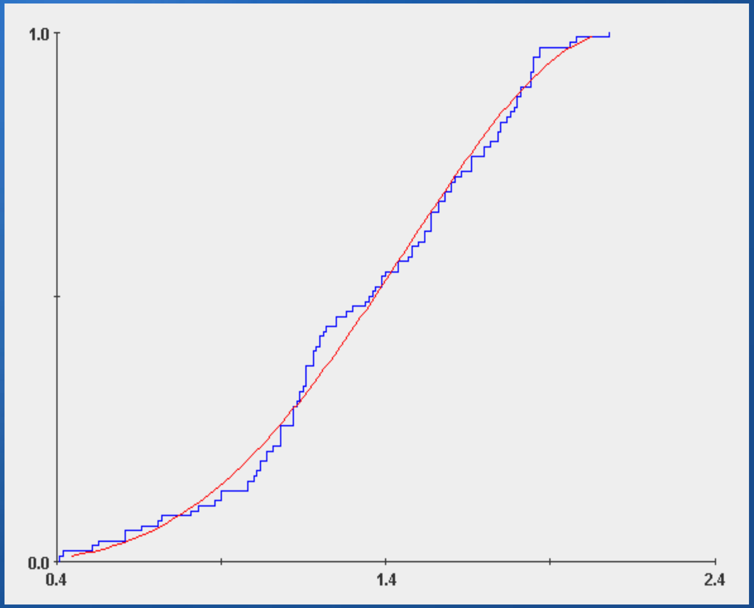

Beispiel:

Rauhigkeitsverteilung an einer Radialverdichterschaufel in Abhängigkeit vom Herstellungsprozess.

**Mit freundlicher Genehmigung MAN Turbo AG**

## Statistische Beschreibung der Unsicherheiten:



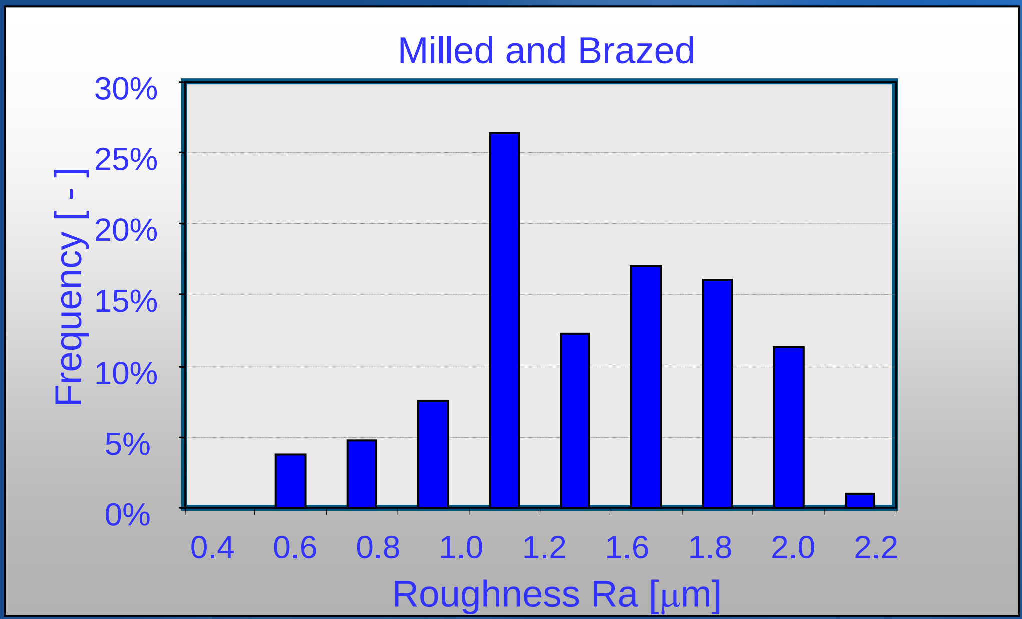



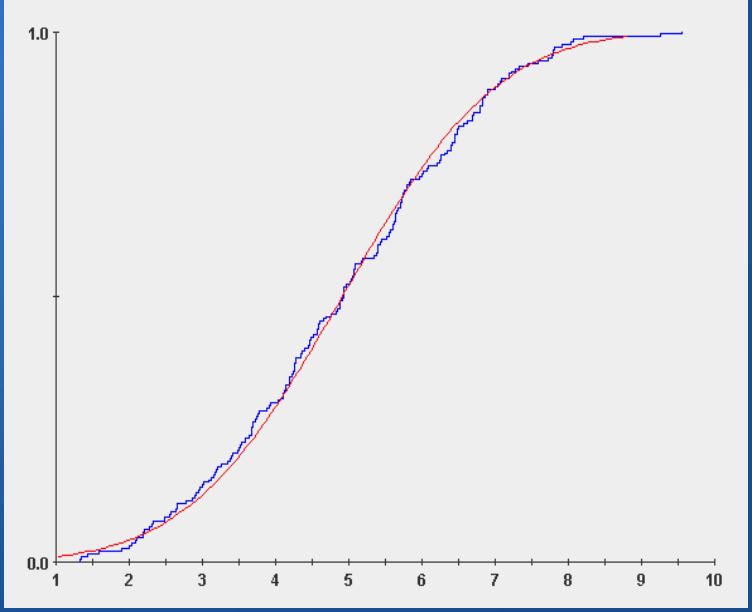

| Mittelwert | Median | Standard Abw. |
|---|---|---|
| Ra [μm] | Ra [μm] | Ra [μm] |
| 1.34 | 1.36 | 0.38 |

Ausgleichskurve: Normal-Verteilung

**Mit freundlicher Genehmigung MAN Turbo AG**

## Statistische Beschreibung der Unsicherheiten:




| Mittelwert | Median | Standard Abw. |
|---|---|---|
| Ra [µm] | Ra [µm] | Ra [µm] |
| 4.92 | 4.94 | 1.67 |

Ausgleichskurve: β-Verteilung

**Mit freundlicher Genehmigung MAN Turbo AG**

# Implementierung

## Fortpflanzung der Unsicherheiten (1)

- Mathematische und algorithmische Methoden werden angewendet um die Wirkung stochastischer Eingabedaten oder Modellparameter auf die Lösung der partiellen Differentialgleichungen abzubilden
- Die *Polynomial Chaos Method (PCM)* scheint sich als eine geeignete Methode zu erweisen (*Wiener, 1938*).
- Die zufällige Verteilung von Strömungs- und Geometriegrößen wird dabei durch Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen (*pdf*) für jede Variable an jedem Punkt und zu jeder Zeit ausgedrückt.
- Alle Zufallsgrößen $u = u\left(\vec{x}, t, \xi_1, \ldots, \xi_n\right)$ werden ausgedrückt durch

$$u\left(x, t, \vec{\xi}\right) = \sum_{k=0}^{P} u_k\left(x, t\right) \Psi_k(\vec{\xi})$$

wobei $\Psi_\kappa(\xi)$ orthogonale Polynome darstellen, die wiederum Typen von Zufallsvariablen entsprechen.

# Implementierung
## Fortpflanzung der Unsicherheiten (2)

Zwei Methoden sind verfügbar:

1. Non-Intrusive PCM—NI-PCM
   - Bei der nicht-intrusiven Methode wird der bestehende deterministische Strömungslöser als “black box” betrachtet.
   - Der deterministische Strömungslöser errechnet einige stochastisch verteilte Beispielexemplare (stochastischer Raum).
   - Die Lösungen werden nach statistischen Methoden ausgewertet, um die relevanten statistischen Größen zu extrahieren. (*Probabilistic Collocation Method, Probabilistic Radial Basis Function Approach and Chaos Collocation*)
   - Die nicht-intrusive Methode verlangt keine inneren Modifikationen des deterministischen Strömungslösers.

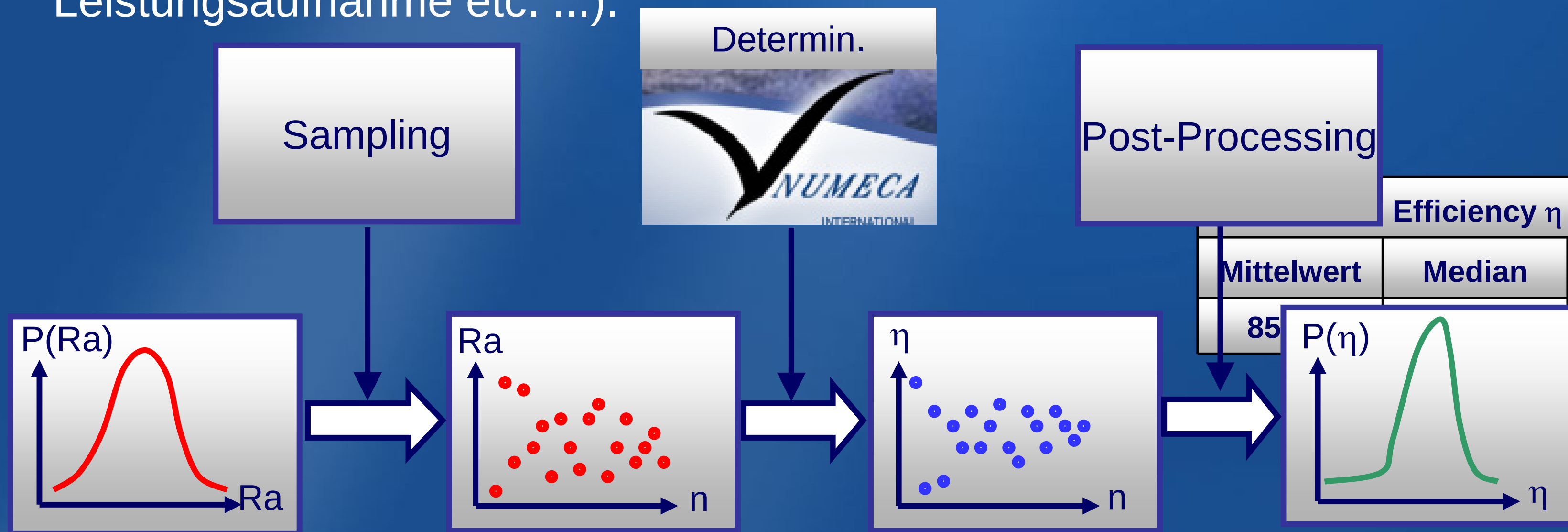
Zwei Methoden sind verfügbar:

2. Intrusive PCM—I-PCM
   - Bei der intrusiven Methode wird jede Strömungsvariable durch eine Polynomial Chaos Reihe ausgedrückt.
   - Diese Reihen werden zusätzlich zu den Strömungsvariablen in die partiellen Differentialgleichungen des Strömungslösers eingeführt.
   - Die Lösung enthält dann einen Satz gekoppelter Gleichungen für die PCM-Koeffizienten die numerisch integriert werden können.
   - Diese Art der Implementierung ist intrusiv, da sie weitgehende Modifikationen des deterministischen Strömungslösers verlangt.

# Implementierung
## Fortpflanzung der Unsicherheiten (5)

### Nicht-Intrusive Methode:

- Probenverteilung (Random, DOE) und deterministische Strömungslösung über die Bandbreite der Unsicherheiten einzelner Werte.
- Auswertung der Ergebnisse nach statistischen Methoden. Abschätzung aller relevanten statistischen Parameter (Mittelwert, Median, Standardabweichung, pdf) für die vorgegebenen Auslegungsziele (Wirkungsgrad, Leistungsaufnahme etc. ...).

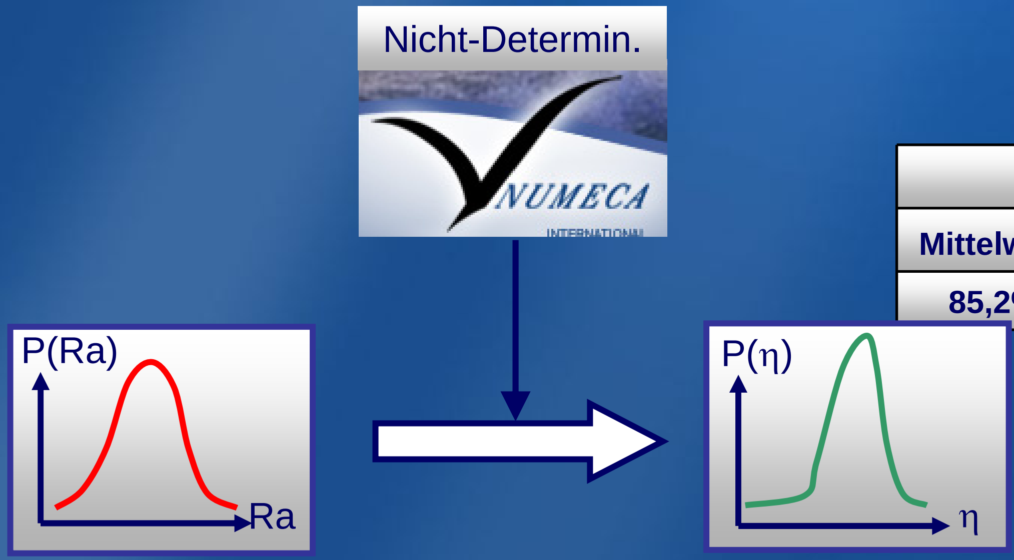



| Efficiency η | | |
|---|---|---|
| Mittelwert | Median | Std. Dev. |
| 85 | | 0.65% |

# Implementierung
## Fortpflanzung der Unsicherheiten (4)

### Intrusive Methode:

- Nicht-deterministische CFD Simulation ähnlich wie bisher in FINE™/Turbo, aber mit einer Vorgabe von pdf‘s als Randbedingung.
- <u>Analyse</u> aller relevanten statistischen Parameter (Mittelwert, Median, Standardabweichung, pdf) für die vorgegebenen Auslegungsziele (Wirkungsgrad, Leistungsaufnahme etc. ...).

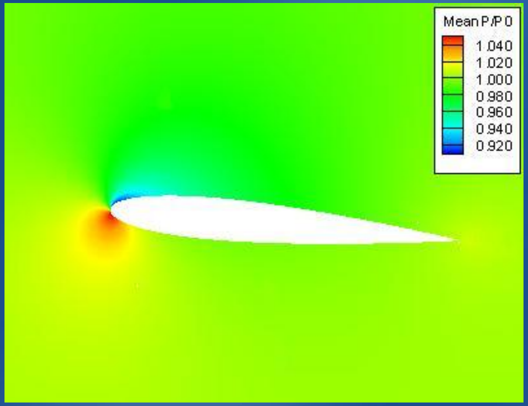


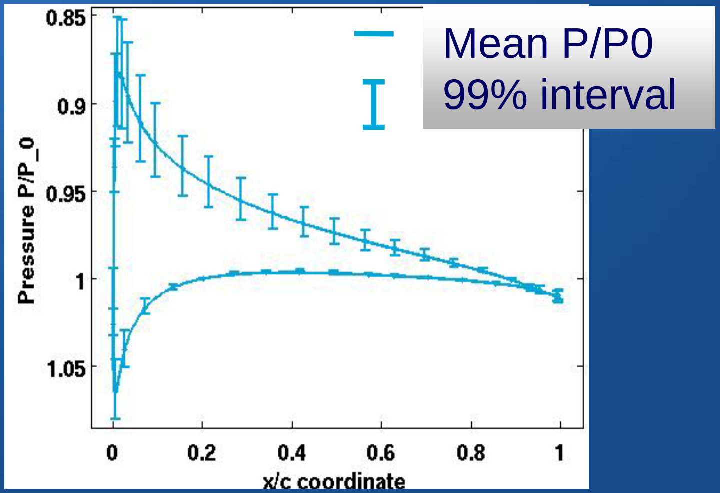

| Efficiency η | | |
|---|---|---|
| **Mittelwert** | **Median** | **Std. Dev.** |
| **85,2%** | **84.9%** | **0.65%** |

# Beispiel
## Unsicherheiten in den Randbedingungen (1)

Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusive)

- Re = $3*10^6$
- $\alpha$ = 3°
- Mean (M) = 0.3
- VarK (M) = 5%

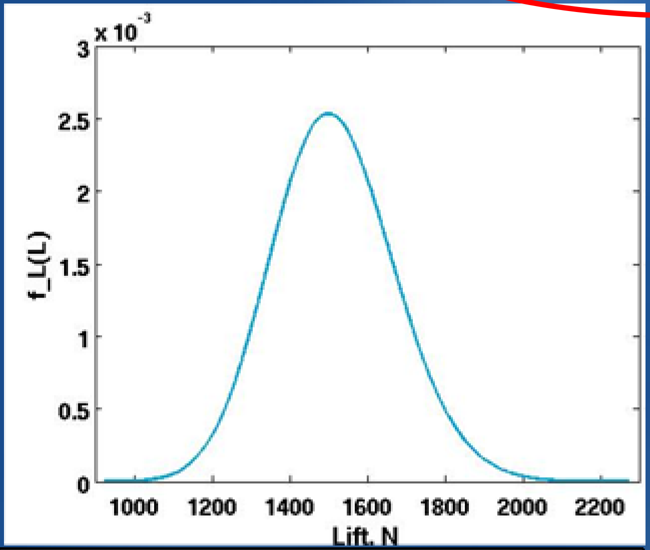


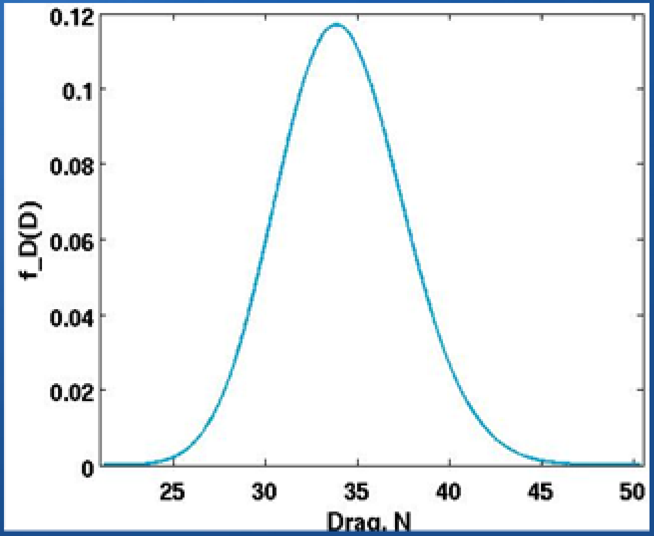

Strömungslöser: FINE™/Hexa

## Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusive)

- Re = $3*10^6$
- $\alpha$ = 3°
- Mean (M) = 0.3
- VarK (M) = 5%




| Auftrieb | | |
|---|---|---|
| **Mean $\mu_L$** | **Std. Dev $\sigma_L$** | **VarK (L)** |
| **1515 N** | **158 N** | **0.10** |

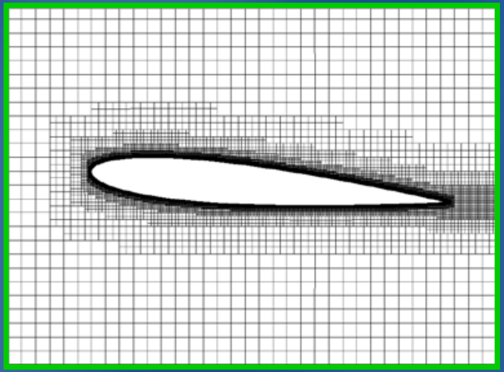


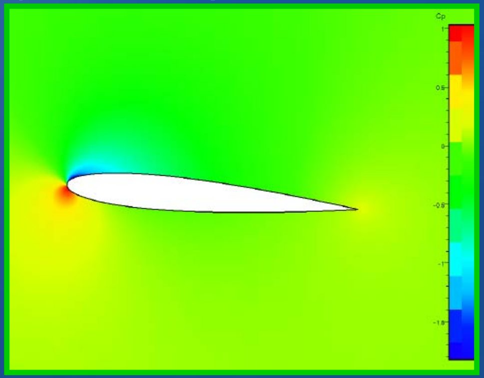

| Widerstand | | |
|---|---|---|
| **Mean $\mu_D$** | **Std. Dev $\sigma_D$** | **VarK (D)** |
| **34.1 N** | **3.42 N** | **0.10** |

# Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusive)

- Re = $3*10^6$
- $\alpha$ = 3°
- M = 0.3
- Mean (d/l)= 0.12
- Mean (f/l) = 0.0

- Unsicherheit in der Profildicke (Gauß'sche Normalverteilung, Standardabweichung 0.425%) und
- Unsicherheit in der Profilwölbung (Mittelwert 0, Gauß'sche Normalverteilung, Standardabweichung 0.447%)



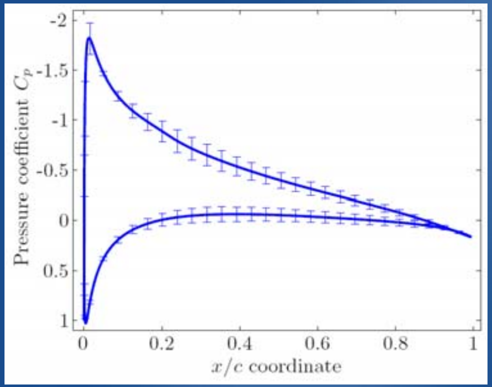


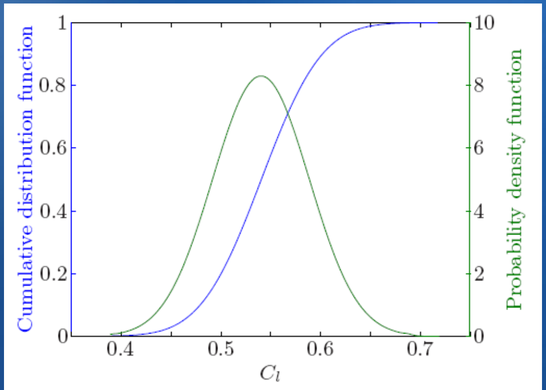
Strömungslöser: FINE™/Hexa

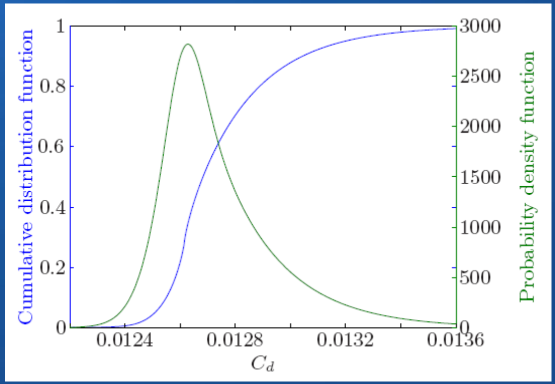
# Beispiel
## Unsicherheiten in der Geometrie (2)

### Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusive)

- Re = $3 \cdot 10^6$
- $\alpha$ = 3°
- M = 0.3
- Mean (d/l) = 0.12
- Mean (f/l) = 0.0



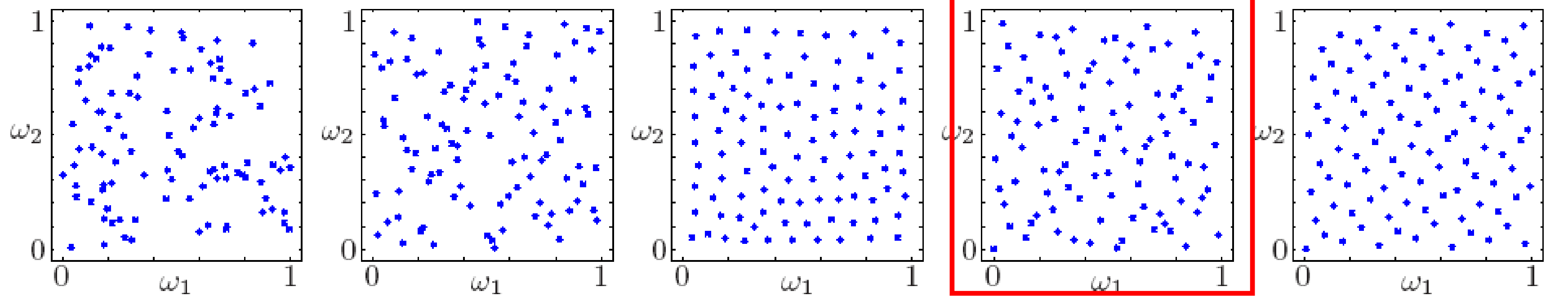




- Fehlerbalken: Standardabweichung des Profildruckkoeffizienten
- Output: Wahrscheinlichkeitsdichte (pdf's) von Auftrieb und Widerstand

# Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusive)

- Re = $3 \cdot 10^6$
- Mean ($\alpha$) = 3°
- $\sigma(\alpha)$ = 0.5°
- Mean (M) = 0.3
- $\sigma$(M) = 0.03
- Mean (d/l) = 0.12
- Mean (f/l) = 0.0

- Unsicherheiten: Machzahl, $\alpha$, Profildicke und –Wölbung.
- Annahme: Alle Parameter folgen einer Gauß'schen Verteilung.
- Zur Fortpflanzung der vier mit Unsicherheiten behafteten Parametern werden 35 Exemplare aus einer 4-dimensionalen Halton Verteilung verwendet.

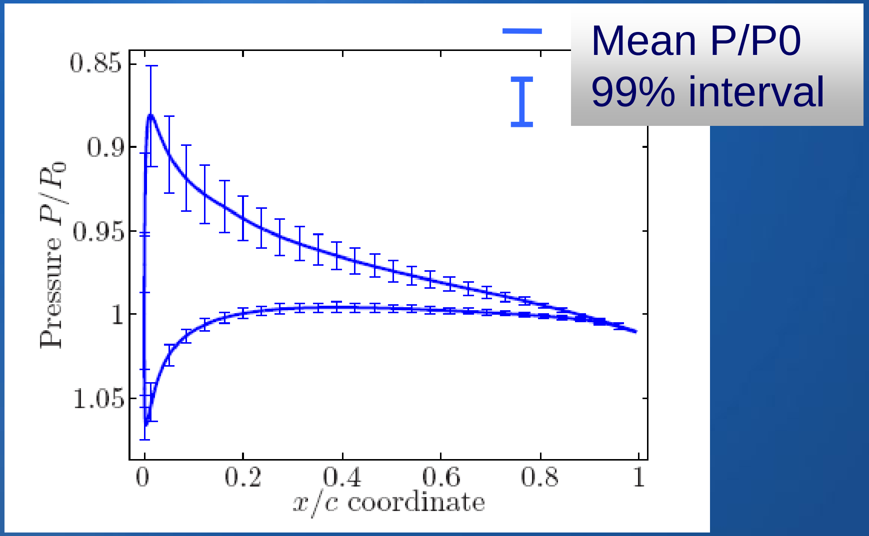



(a) random (b) LHS (c) CVT (d) Halton (e) Hammersley

# Beispiel
## Unsicherheiten in Geometrie & Randbedingungen

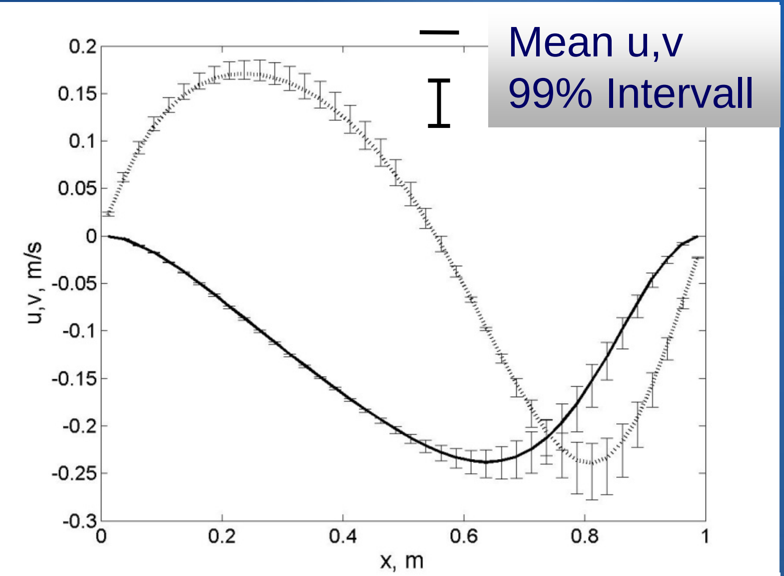
### Beispiel: NACA 0012 Profil (non-intrusiv)

- Re = $3*10^6$
- Mean ($\alpha$) = 3°
- $\sigma(\alpha)$ = 0.5°
- Mean (M) = 0.3
- $\sigma$(M) = 0.03
- Mean (d/l)= 0.12
- Mean (f/l) = 0.0

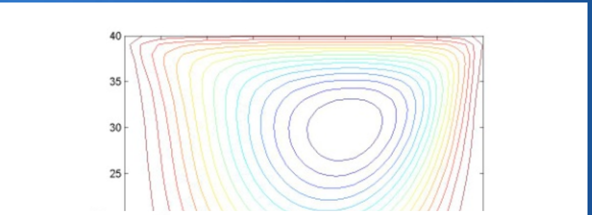


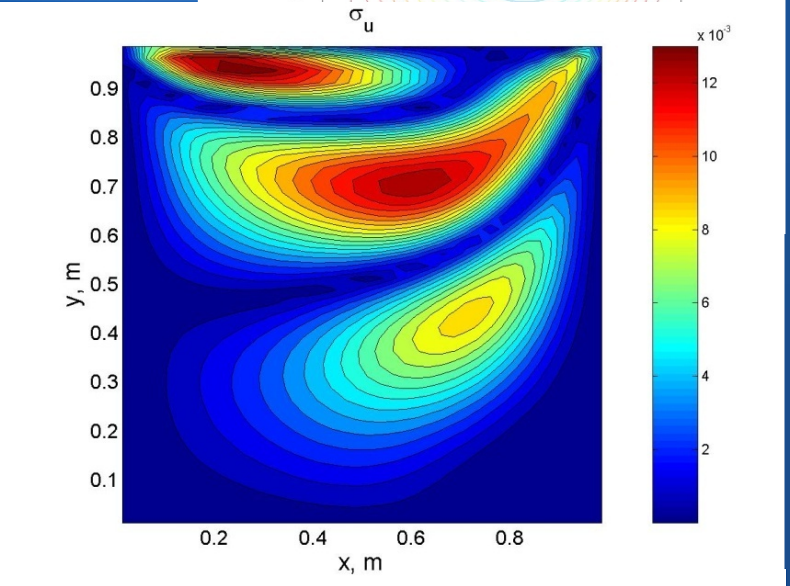
## Beispiel: Lid Driven Cavity (intrusiv)

- Die turbulente Viskosität wird mit einer Standard Abweichung von 10% bezogen auf ihren Mittelwert betrachtet.




Geschwindigkeitsverteilung entlang der Mittellinien





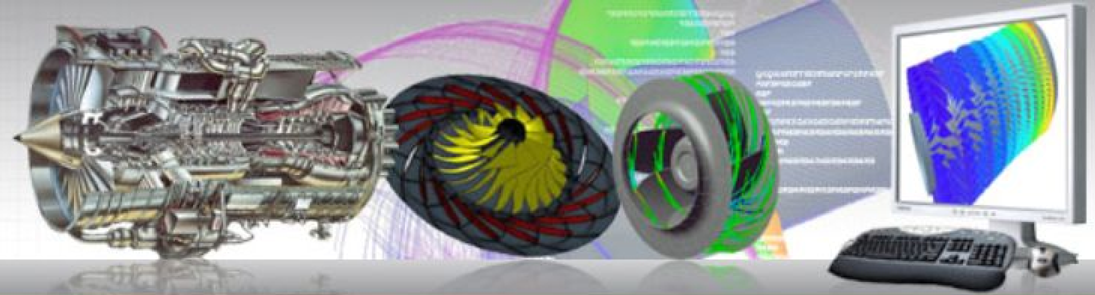

Standardabweichung der Horizontalgeschwindigkeit

Strömungslöser: FINE™/Turbo

NUMECA

www.numeca.de

# Thank You !



NUMECA
German User Conference 2008 on Advanced CFD Applications & Methods in Turbomachinery

10 – 11 November 2008
Nürnberg, Germany

**Thank You !**

Guest Speaker:
Dr. Bill Dawes

*NUMECA, a New Wave in Fluid Dynamics*

www.numeca.de